

Beispiel:

Eine Telefongesellschaft behauptet, in (mindestens) 97 % der Fälle eine freie Leitung bieten zu können. Es werden 200 Testanrufe durchgeführt. Bei welchem Versuchsausgang kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit (Testniveau) von 5 % („95 % Sicherheit“) von einer unwahren Aussage sprechen?

Einseitiger Test:

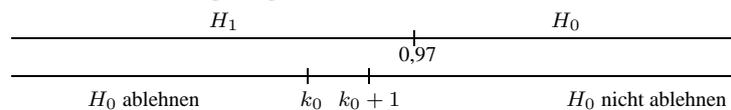
Treffer: Freie Leitung. Trefferw. p unbekannt. Bernoullikette der Länge $n = 200$.

Nullhypothese $H_0: p \geq 0,97$

Alternative $H_1: p < 0,97$ („Die Telefongesellschaft lügt“)

Ein Test besteht in der Angabe einer **Entscheidungsregel** (ER).

ER: H_0 ablehnen, falls
Trefferzahl $k \leq k_0$.



Liegt das Versuchsergebnis im Ablehnungsbereich, so wird H_0 verworfen („signifikante“ Entscheidung für H_1); andernfalls kann man H_0 nicht verwerfen.

Beim Entscheidungsverfahren können **Fehler** auftreten:

| Entscheidung | H_0 nicht abgelehnt | H_0 abgelehnt |
|---------------------|--|---|
| Realität | | |
| $H_0 : p \geq 0,97$ | Richtiges Urteil | α -Fehler (Fehler 1. Art) Schwerer Irrtum (Zu Unrecht Vorwurf der Lüge) |
| $H_1 : p < 0,97$ | β -Fehler (Fehler 2. Art) Irrtum (zugunsten der Tel.ges.) | Richtiges Urteil |

Die ER wird so festgelegt, dass der α -Fehler (H_0 abgelehnt, obwohl wahr) kleiner als die vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit ist:

$$P_{n=200, p=0,97} (\underbrace{k \leq k_0}_{H_0 \text{ abgelehnt} \dots}) \leq 0,05$$

... obwohl H_0 wahr

Mit dem Stochastik-Tafelwerk folgt $k_0 = 189$.

Die ER lautet also: H_0 ablehnen, falls Trefferzahl $k \leq 189$

Der β -Fehler hängt davon ab, welches p tatsächlich vorliegt. Ist z. B. $p = 0,95$, so ist der β -Fehler (die Telefongesellschaft für gut zu halten, obwohl sie es nicht ist):

$$P_{n=200, p=0,95} („H_0 \text{ nicht abgelehnt“}) = P_{n=200, p=0,95} (k \geq k_0 + 1) =$$

$$= 1 - P_{n=200, p=0,95} (k \leq 189) = 1 - 0,41693 \approx 0,58$$

Die Wahl der Nullhypothese hängt von der Interessenlage ab, d. h. welchen Fehler man als α -Fehler unter Kontrolle haben möchte. Im Zweifelsfall hat in Prüfungen der Angabentext Vorrang; sonst wählt man als H_0 das, was man mit Sicherheit ablehnen möchte, und als Alternative H_1 das, was man beweisen möchte.