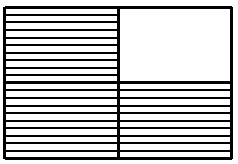
6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6

Rechnen mit Brüchen: Überblick — 01

- **Bedeutung**

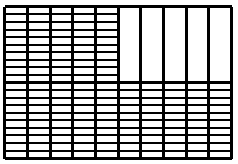
  

  Beispiel: $\frac{3}{4}$: Der Nenner 4 (unten) nennt, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird, der Zähler 3 (oben) zählt, wie viele solche Teile man nimmt.

  Insbesondere ist also ein Ganzes gleich vier Viertel ($1 = \frac{4}{4}$), zwei Ganze gleich acht Viertel ($2 = \frac{8}{4}$) usw. Ferner kann man schreiben: $2 = \frac{2}{1}$ usw.

  Bruchzahlen stehen für den Wert des entsprechenden Quotienten; ein Bruchstrich kann also immer durch ein Divisionszeichen ersetzt werden und umgekehrt.
  Beispiele: $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Gegebenenfalls Klammern setzen: $\frac{2+3}{8} = (2+3) : 8$

- **Kürzen**

  Der Wert eines Bruches bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.
  Beispiel: Mit 5 kürzen: $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
  Zum Kürzen benötigt man also gemeinsame Teiler (siehe unten).

- **Erweitern**

  Der Wert eines Bruches bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert. Beispiel: Mit 2 erweitern: $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$

- **Gemischte Zahlen**

  Oft empfiehlt es sich, gemischte Zahlen in sog. unechte Brüche umzuwandeln, z. B. $4\frac{2}{5} = \frac{4\cdot 5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{22}{5}$ oder $2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ (Zwischenschritt im Kopf)
  bzw. umgekehrt: $\frac{29}{4} = 29 : 4 = 7\frac{1}{4}$

- **Addition/Subtraktion**

  Erweitern auf den Hauptnenner (gemeinsames Vielfaches), dann Zähler addieren bzw. subtrahieren; am Schluss kürzen, wenn möglich. Beispiel: $\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{8}{14} - \frac{7}{14} = \frac{1}{14}$

- **Multiplikation**

  Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner; kürzen! Beispiel: $\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4\cdot 1}{7\cdot 2} = \frac{2\cdot 1}{7\cdot 1} = \frac{2}{7}$
  Ganze Zahlen direkt in den Zähler! Beispiel: $\frac{4}{7} \cdot 14 = \frac{4\cdot 14}{7} = \frac{4\cdot 2}{1} = 8$

- **Division**

  Multiplikation mit dem Kehrbruch. Beispiel: $\frac{4}{7} : \frac{1}{2} = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{7}$
  Ganze Zahlen direkt in den Nenner! Beispiel: $\frac{4}{7} : 2 = \frac{4}{7\cdot 2} = \frac{2}{7}$

- **Doppelbrüche**

  Doppelbrüche schreibt man als Quotienten (Division durch Kehrbruch). Beispiel:

  $$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{7} : \frac{1}{2} = \frac{4\cdot 2}{7\cdot 1} = \frac{8}{7}$$

  Dabei kommt also der Nenner des Nenners (hier die 2) in den Zähler.

- **Teilbarkeit**

  Für das Kürzen ist es wichtig, die Teilbarkeit von Zähler und Nenner schnell zu sehen. Man erkennt
  - die Teilbarkeit durch 2 an den Endziffern 0, 2, 4, 6, 8,
  - die Teilbarkeit durch 5 an der Endziffern 0, 5,
  - die Teilbarkeit durch 3 daran, dass die Quersumme durch 3 teilbar ist (z. B. 411 hat Quersumme $4 + 1 + 1 = 6$ und ist somit durch 3 teilbar).