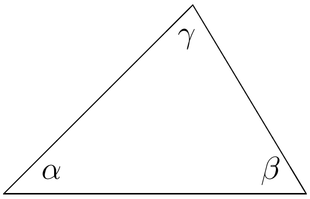
7. Klasse TOP 10 Grundwissen — 7
Winkel im Dreieck/an Geradenkreuzungen — 02

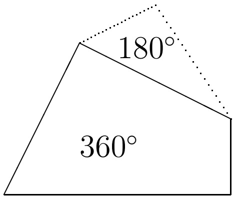
Winkelsumme im Dreieck bzw. n-Eck

Die Summe der Innenwinkel im Dreieck beträgt $180°$:
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$



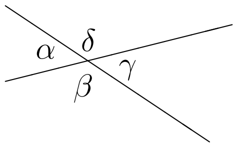
Beispiel:
$\alpha = 45°$, $\gamma = 72°$, dann ist
$\beta = 180° - \alpha - \gamma =$
$= 180° - (45° + 72°) = 63°$

Die Innenwinkelsumme im Viereck beträgt $360°$, im Fünfeck $540°$, für jede weitere Ecke weitere $180°$ mehr.



Begründung:
Das Viereck kann zerlegt werden in zwei Dreiecke usw.
Allgemein: Winkelsumme im n-Eck: $(n-2) \cdot 180°$

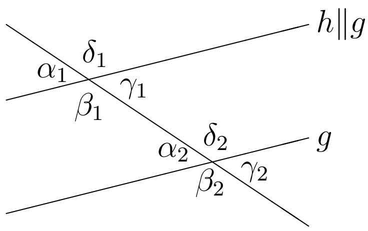
Winkel an Geradenkreuzungen



- Scheitelwinkel sind gleich groß.
  Beispiel: $\alpha = \gamma$
- Nebenwinkel ergeben zusammen $180°$.
  Beispiel: $\alpha + \beta = 180°$

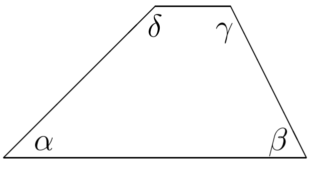
Winkel an Doppelkreuzungen paralleler Geraden

Wenn die Geraden g und h parallel sind, dann gelten:



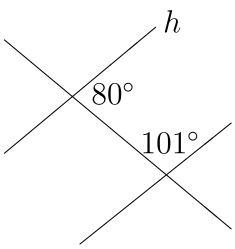
- F-Winkel (Stufenwinkel) sind gleich groß.
  Beispiel: $\alpha_1 = \alpha_2$
- Z-Winkel (Wechselwinkel) sind gleich groß.
  Beispiel: $\alpha_2 = \gamma_1$
- E-Winkel (Nachbarwinkel) ergeben zusammen $180°$.
  Beispiel: $\delta_2 + \gamma_1 = 180°$

Damit lässt sich begründen, dass im Trapez sich jeweils zwei Winkel zu $180°$ ergänzen:



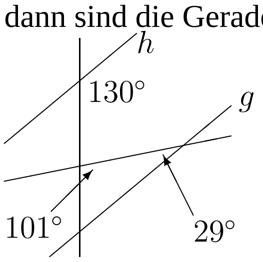
$\alpha + \delta = 180°$
$\beta + \gamma = 180°$ (E-Winkel)

Zu jedem Satz gilt stets die Kontraposition: Hier: Wenn an einer Doppelkreuzung zwei benachbarte Winkel sich nicht zu $180°$ ergänzen, dann sind die Geraden nicht parallel.



Hier kann man folgern, dass g und h nicht parallel sind.

Bei diesem Satz gilt aber auch der Kehrsatz: Wenn an einer Doppelkreuzung zwei benachbarte Winkel sich zu $180°$ ergänzen, dann sind die Geraden parallel.



Hier ist der dritte Winkel im Dreieck unten $180° - 101° - 29° = 50°$; da $50° + 130° = 180°$, sind g und h parallel.