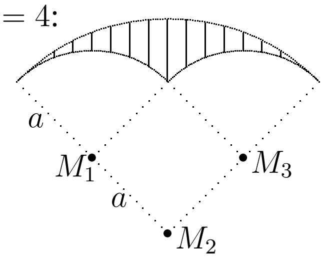
8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Miszellaneen: Kreis, Ungleichung, Potenz — 10

Kreismessung
Mit der Kreiszahl $\pi \approx 3{,}14$ (für Überschlagsrechnungen $\pi \approx 3$) berechnet man für einen Kreis mit Radius r ($= \frac{d}{2} =$ halber Durchmesser):
Kreisumfang $u = 2r\pi$
Kreisfläche $A = r^2\pi$
Insbesondere gilt also: Bei doppeltem Radius r ist der Umfang u doppelt (Proportionalität), bei 2-fachem r ist die Fläche A 4-fach (quadratischer Zusammenhang).
Hat man Teile von Kreisen (z. B. Viertelkreis), nimmt man den entsprechenden Bruchteil.
Beispiel: Umfang u und Fläche A der nebenstehenden Figur für $a = 4$:
Die Figur besteht aus einem Viertelkreis um M_2 mit Radius $R = 2a$ und zwei Viertelkreisbögen um M_1, M_3 mit $r = a$.



$u = \frac{1}{4}\cdot 2R\pi + 2\cdot\frac{1}{4}\cdot 2r\pi = \frac{1}{4}\cdot 2\cdot 2a\pi + a\pi = 2a\pi = 8\pi \approx 25{,}13.$
$A = \frac{1}{4}R^2\pi - 2\cdot\frac{1}{4}r^2\pi - a^2 = \frac{1}{4}(2a)^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 =$
$= \frac{1}{4}\cdot 4a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 = \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 = 8\pi - 16 \approx 9{,}13$

Ungleichungen
Es gelten die gleichen Regeln wie beim Lösen von Gleichungen, mit folgender Besonderheit: Multipliziert/dividiert man eine Ungleichung mit einer negativen Zahl, so muss das Ungleichungszeichen umgekehrt werden.

Beispiel:
$$\begin{array}{rcll} -11x+3 & < & 7 & \mid -3 \\ -11x & < & 4 & \mid :(-11) \quad (!) \\ x & > & -\frac{4}{11} & \qquad L =]-\frac{4}{11};\infty[\end{array}$$

Die Lösungsmengen sind Intervalle; man schreibt die kleinere Grenze links, die größere rechts; ist die Klammer auswärts gerichtet, so gehört die jeweilige Grenze nicht mehr zum angegebenen Bereich; dagegen z. B. bei $]-\infty;1]$ gehört die rechte Grenze 1 noch zum Intervall dazu. Bei $\pm\infty$ (unendlich) ist die Klammer stets auswärts gerichtet.
Schreibweise auch: $\{x|x > -\frac{4}{11}\}$ bzw. $\{x|x \leq 1\}$ (Menge aller x mit der Eigenschaft ...).

Potenzen mit negativen Exponenten (→ grund51.pdf, grund53.pdf, grund62.pdf, grund74.pdf)
Negative Exponenten sagen: „Ich stehe im Nenner“: $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$.
Beispiele: $\mathrm{ms}^{-1} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\quad 10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000}$; $\quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$. Ferner: $a^0 = 1$.
Rechenregeln:
- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$. Beispiel: $x^2 \cdot x^4 = x^6$
  $a^x : a^y = a^{x-y}$. Beispiel: $\frac{a^5}{a^2} = a^5 \cdot a^{-2} = a^3$
- $(ab)^x = a^x b^x$. Beispiel: $(2x)^{-3} = 2^{-3}x^{-3} = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{x^3}$
  $(\frac{a}{b})^x = \frac{a^x}{b^x}$. Beispiel: $(\frac{x}{3})^{-4} = \frac{x^{-4}}{3^{-4}} = \frac{\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{3^4}} = \frac{3^4}{x^4} = \frac{81}{x^4} = 81x^{-4}$
- $(a^x)^y = a^{x\cdot y}$. Beispiel: $(3^5)^{-2} = 3^{5\cdot(-2)} = 3^{-10}$

Zehnerpotenzen (zur Angabe sehr kleiner Zahlen):
Beispiel: $3{,}5\cdot 10^{-6}$ m $= 3{,}5\cdot\frac{1}{10^6}$ m $= 0{,}000\,003\,5$ m $= 3{,}5\ \mu$m
Manche Taschenrechner (TR) zeigen Zehnerpotenzen im Display z. B. so an: $\boxed{3{,}5^{-06}}$; dies muss aber mit „10 hoch“ auf das Papier geschrieben werden: $3{,}5\cdot 10^{-6}$
Umgekehrt: Eingabe einer Zehnerpotenz mit dem TR: Meist Exp- oder EE-Taste. Beispiele:
73 Millionen = $73\cdot 10^6 = 7{,}3\cdot 10^7$: Tippe 7,3 $\boxed{\text{Exp}}$ 7
$10^{-12} = 1\cdot 10^{-12}$: Tippe 1 $\boxed{\text{Exp}}$ 12 $\boxed{+/-}$ (Display: $\boxed{1^{-12}}$)
Je nach Taschenrechner kann man die Anzeige von Zehnerpotenzen mit gewissen Tastenkombinationen ändern, z. B. MODE 9 oder ENG oder FSE, siehe Bedienungsanleitung des Taschenrechners.