8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Gebrochen-rationale Funktionen — 07

Beispiel:

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x-2}$$

Definitionsbereich:
Da man nicht durch 0 dividieren darf, der Nenner unten also nicht 0 sein darf, ist $2x - 2 = 0$ verboten, also $2x = 2$, also $x = 1$ verboten. Erlaubt sind also alle Zahlen[1] ohne die 1:

$$D = \mathbb{Q}\backslash\{1\}$$

Wertetabelle (mit Taschenrechner, hier gerundete Werte):

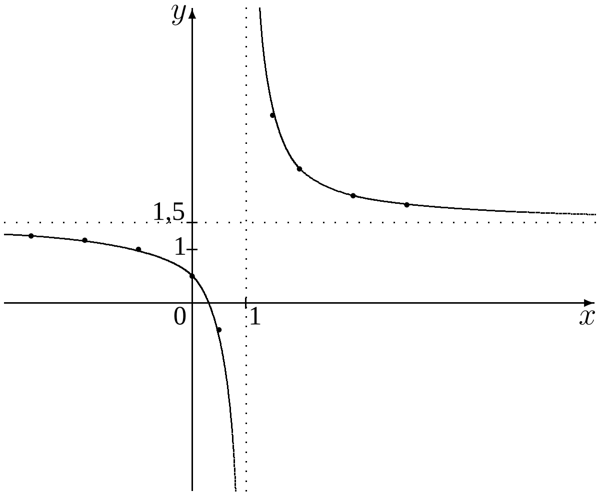
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	1,25	1,17	1	0,5	↯	2,5	2	1,83

Besonders interessant sind Werte nahe der verbotenen 1 sowie sehr große x-Werte:

x	-100	$0{,}5$	$0{,}9$	$1{,}1$	$1{,}5$	100	1000
y	1,49	0,5	$-23{,}5$	26,5	3,5	1,51	1,501

Waagrechte Asymptote $y = 1{,}5$:
Bei sehr großen x-Werten nähert sich der y-Wert immer mehr dem Wert 1,5, d. h. der Graph nähert sich der waagrechten Geraden auf Höhe 1,5.

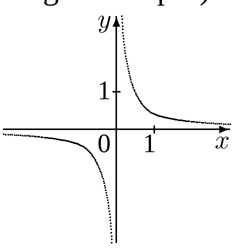
Senkrechte Asymptote (Pol):
In der Nähe der verbotenen Stelle $x = 1$ schmiegt sich der Graph (wegen der betragsmäßig sehr großen y-Werte) der senkrechten Geraden $x = 1$ an.

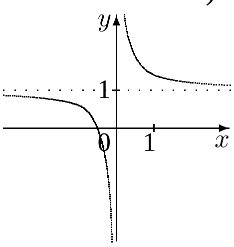


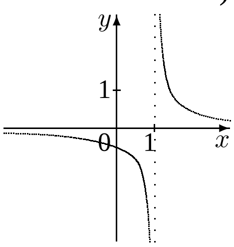
Wie in grund82.pdf gilt:
Den Schnittpunkt mit der y-Achse erhält man durch Einsetzen von $x = 0$, hier $(0|0{,}5)$.
Schnittpunkte mit der x-Achse (Nullstellen) erhält man, indem man den Funktionsterm gleich 0 setzt und die sich ergebende Bruchgleichung löst (→ grund88.pdf); hier ergibt sich (Zähler!) $3x - 1 = 0$, also $x = \frac{1}{3}$.

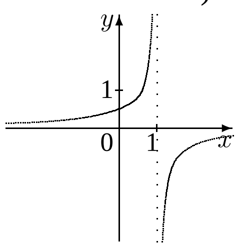
Spezialfall, Verschiebungen und Spiegelung des Graphen, weiteres Beispiel:

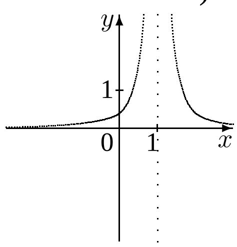
$f(x) = \frac{0{,}4}{x}$	$f(x) = \frac{0{,}4}{x} + 1$	$f(x) = \frac{0{,}4}{x-1}$	$f(x) = -\frac{0{,}4}{x-1}$	$f(x) = \frac{0{,}4}{(x-1)^2}$
(Indir. Prop., → grund81.pdf)	(Verschiebung um 1 nach oben)	(Verschiebung um 1 nach rechts)	(Spiegelung an der x-Achse)	(Doppelte Polstelle $x = 1$)











[1]Alle Zahlen, die wir kennen, also in der 8. Klasse rationale Zahlen $\mathbb{Q}$, ab der 9. Klasse reelle Zahlen $\mathbb{R}$.