



Bruchgleichungen sind solche Gleichungen, in denen x unten im Nenner vorkommt.

Bruchgleichungen löst man, indem man mit dem Hauptnenner (HN) multipliziert.

Beispiel:

$$\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{x+2} \quad | \cdot HN$$

Betrachte Nenner: $x-1$, $x+2$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{Q} \setminus \{1; -2\}$

(\mathbb{Q} ohne $\{1; -2\}$; 1 und -2 sind verboten, da sonst der Nenner 0 wird).

$$HN = (x-1)(x+2)$$

Bei der Multiplikation mit dem HN wird gleich $x-1$ beim Bruch auf der linken Seite und $x+2$ auf der rechten Seite gekürzt; nicht vergessen, die -1 mit HN zu multiplizieren!

$$x(x+2) - (x-1)(x+2) = 3(x-1)$$

Diese Gleichung löst man wie gewohnt. Rechne nach: $x = \frac{5}{2}$

Blick zurück auf die Definitionsmenge: $\frac{5}{2}$ ist nicht verboten, also $L = \{\frac{5}{2}\}$

Beachte:

- **Nenner faktorisieren:** Ausklammern, dann erst HN bestimmen.
- **Kreuzweise Multiplizieren**

Steht links und rechts des Gleichheitszeichens jeweils nur **ein** Bruch (nur dann!), dann wird der linke Nenner auf die rechte Seite und der rechte Nenner auf die linke Seite „hinübermultipliziert“. (Diese Methode kann man allgemein anwenden, wenn man zuerst linke und rechte Seite jeweils auf **einen** Bruchstrich bringt [\rightarrow grund86.pdf].)

Beispiel:

$$\frac{3}{x-1} = \frac{2}{x+1} \quad \begin{array}{c} \swarrow \searrow \\ \times \end{array}$$

$$3(x+1) = 2(x-1)$$

- Bruchgleichungen entstehen oft bei der Suche nach Schnittpunkten und Nullstellen bei gebrochen-rationalen Funktionen (\rightarrow grund85.pdf, ueb87.pdf).

Auflösen von Formeln

Multipliziere, wenn Brüche vorkommen, beide Seiten der Gleichung mit dem Hauptnenner. Multipliziere Klammern aus.

Bringe bei linearen Gleichungen (d. h. die gesuchte Größe kommt nicht im Nenner vor und nicht quadratisch [„hoch 2“] oder ähnlich) alle Stücke mit der gesuchten Variablen auf eine und den Rest auf die andere Seite (durch Addition/Subtraktion/siehe auch grund76.pdf).

Klammere die gesuchte Variable aus und bringe den Klammersausdruck durch Division auf die andere Seite.

Beispiel: Löse nach R_1 auf:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad | \cdot RR_1R_2$$

Mit dem Hauptnenner RR_1R_2 beide Seiten der Gleichung multiplizieren:

$$\begin{aligned} R_1R_2 &= RR_2 + RR_1 & | - RR_1 \\ R_1R_2 - RR_1 &= RR_2 \\ R_1(R_2 - R) &= RR_2 & | : (R_2 - R) \\ R_1 &= \frac{RR_2}{R_2 - R} \end{aligned}$$