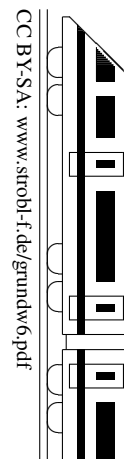


Grundwissen weitere Themen (alter LP)	W
Quadratische Gleichungen mit Parameter	06



Beispiel:

$$(1) \quad x^2 - ax + 18 = x - x^2$$

Zur Bedeutung des Parameters:

Zu unterscheiden sind hier die Variable x , nach der aufgelöst werden soll, und der Parameter a , der für eine Zahl steht.

Ist z. B. $a = 19$, so hat man die Gleichung $x^2 - 19x + 18 = x - x^2$ (mit der Lösungsmenge $L = \{1; 9\}$);

ist $a = 3$, so hat man die Gleichung $x^2 - 3x + 18 = x - x^2$ (mit der Lösungsmenge $L = \{\}$). Die Lösungsmenge hängt also vom Parameter a ab.

Erste Lösungsschritte

Zunächst wird wieder alles auf eine Seite gebracht, dann die Variable x (bzw. x^2) ausgeklammert:

$$\begin{aligned} x^2 + x^2 - ax - x + 18 &= 0 \\ 2x^2 - (a + 1)x + 18 &= 0 \end{aligned}$$

Zur Anwendung von Formeln, die man sonst für die quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ hat, muss man sich hier jetzt

für a die 2 denken,
für b den Ausdruck $-(a + 1)$,
für c die 18.

Anzahl der Lösungen

Die Diskriminante $D = „b^2 - 4ac“$ lautet hier:

$$D = [-(a + 1)]^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = (a + 1)^2 - 144 = a^2 + 2a + 1 - 144 = a^2 + 2a - 143$$

Nun gilt:

(2) Ist $a^2 + 2a - 143 > 0$, so hat die Gleichung (1) zwei Lösungen.

(3) Ist $a^2 + 2a - 143 < 0$, so hat die Gleichung (1) keine Lösung.

(4) Ist $a^2 + 2a - 143 = 0$, so hat die Gleichung (1) eine Lösung.

(An dieser Stelle muss man die Diskriminante $a^2 + 2a - 143$ und die zu lösende Gleichung (1) $x^2 - ax + 18 = x - x^2$ auseinanderhalten).

Löst man die Ungleichung $a^2 + 2a - 143 > 0$ (\rightarrow grund96.pdf), so kann man genauer angeben:

(2) Für $a < -13$ und $a > 11$ hat (1) zwei Lösungen.

(3) Für $-13 < a < 11$ hat (1) keine Lösung.

(4) Für $a = -13$ und $a = 11$ hat (1) eine Lösung

Setzt man nämlich $a = -13$ in (1) ein, so entsteht $x^2 + 13x + 18 = x - x^2$ mit der einen Lösung $x_{1/2} = -3$. Setzt man $a = 11$ ein, so entsteht $x^2 - 11x + 18 = x - x^2$ mit der einen Lösung $x_{1/2} = 3$ (nachrechnen!).

Lösungen der Gleichung (1)

Sofern der Parameter a so ist, dass eine Lösung existiert (siehe voriger Abschnitt), so erhält man mit der Lösungsformel $x_{1/2} = „\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}“$:

$$x_{1/2} = \frac{+(a + 1) \pm \sqrt{(a + 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18}}{2 \cdot 2} = \frac{a + 1 \pm \sqrt{a^2 + 2a - 143}}{4}$$

Hinweis: Die Formeln stehen hier in Anführungszeichen, da das Formel- a nicht mit dem Parameter a verwechselt werden darf.