10. Klasse Lösungen	10
Bedingte Wahrscheinlichkeit	**04**

1. S=Schwimmen, F=Fußball, L=Lauf, M=Mädchen, B=Buben, gesamt $26 + 28 = 54$

	S	F	L	
M	12	**2**	14	**28**
B	**2**	14	10	**26**
	14	16	24	**54**

Zuerst werden die fett gedruckten Felder ausgefüllt. Für F + L bleiben $54 - 14 = 40$, davon $\frac{2}{5}$ Fußball, also 16. Danach werden die restlichen Felder so ergänzt, dass die Spalten- und Zeilensummen stimmen, also z. B. erste Spalte $12 + 2 = 14$ usw.

W., dass Mädchen Fußball spielt: $P_M(F) = \frac{P(F\cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{2}{54}}{\frac{28}{54}} = \frac{2}{28} \approx 7{,}1$ %

W., dass Bub Fußball spielt: $P_B(F) = \frac{P(F\cap B)}{P(B)} = \frac{14}{26} \approx 53{,}8$ %. Da für Buben die W. der Fußball-Leidenschaft größer ist, hängt diese offenbar vom Geschlecht ab.
„stammt“-Frage umformuliert: W. für Mädchen unter der Bedingung Fußball:
$P_F(M) = \frac{P(M\cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{2}{54}}{\frac{16}{54}} = \frac{2}{16} = 12{,}5$ %.

2. (a) $P($„Brennt weniger als 200 d“$) = 1 - P($„Brennt $\geq$ 200 d“$) = 1 - 0{,}35 = 65$ %

   (b) B_b: „Brennt mindestens b Tage.
   $P_{B_0}(B_{100}) = \frac{P(B_{100}\cap B_0)}{P(B_0)} = \frac{61}{100} = 61$ %.
   $P_{B_{100}}(B_{200}) = \frac{P(B_{200}\cap B_{100})}{P(B_{100})} = \frac{35}{61} \approx 57$ %.
   $P_{B_{200}}(B_{300}) = \frac{P(B_{300}\cap B_{200})}{P(B_{200})} = \frac{18}{35} \approx 51$ %.

   Deutung der Abnahme dieser bedingten W.: Ältere Leuchtstoffröhren haben aufgrund ihres Alters geringere „Überlebenschancen“.

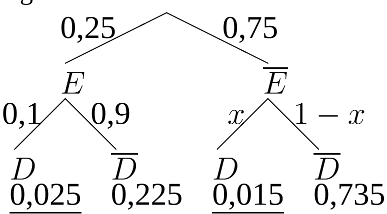
3.

	A	$\overline{A}$	
B	**0,18**	0,112	0,292
$\overline{B}$	**0,54**	0,168	0,708
	0,72	0,28	1

Vierfeldertafel: Die fett gedruckten Felder werden zuerst ausgefüllt; danach: $P(A \cup B)$ besteht aus den drei unterstrichenen Feldern.
$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}18}{0{,}292} \approx 61{,}6$ %
$P_{\overline{A}}(B) = \frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{0{,}112}{0{,}28} = 0{,}4 = 40$ %

4. E: „Becher enthält Erdbeerjoghurt“, D: „Deckel defekt“

Baumdiagramm: Die unterstrichenen Daten müssen zusammen 4 % ergeben.

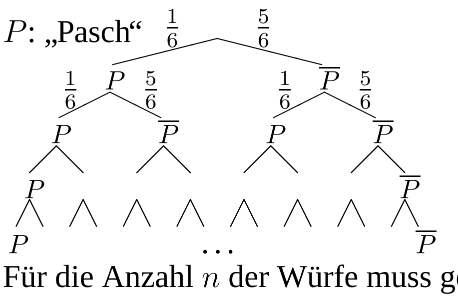


(a) $x = P_{\overline{E}}(D) = \frac{P(D\cap\overline{E})}{P(\overline{E})} = \frac{0{,}015}{0{,}75} = 0{,}02 = 2$ %

Bei Absenken des Ausschussanteils beim Erdbeerjoghurt auf 0 würde der gesamte Ausschussanteil immer noch $P(D \cap \overline{E}) = 0{,}015 = 1{,}5$ % betragen, so dass auf diese Weise das angestrebte Ziel nicht erreicht werden kann.

(b) $P_{\overline{D}}(E) = \frac{P(E\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{0{,}225}{0{,}96} \approx 0{,}2344 = 23{,}44$ %

5. (a) P: „Pasch“



A: „genau 3-mal Pasch“,
B: „mindestens einmal Pasch“,
C: „drei Pasch hintereinander“
$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{4\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}{1-(\frac{5}{6})^4} \approx 0{,}298$
$P_A(C) = \frac{2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}{4\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}} = 0{,}5$

(b) Für die Anzahl n der Würfe muss gelten:
$P($„mind. einmal P.“$) = 1 - P($„kein P.“$) = 1 - (\frac{5}{6})^n \geq 0{,}99$, also $(\frac{5}{6})^n \leq 0{,}01$.
Lösung dieser Exponentialgleichung durch Logarithmieren und Anwenden der log-Rechenregeln: $n \cdot \log\frac{5}{6} \leq \log 0{,}01 \quad | : \log\frac{5}{6} < 0$ (!)
$n \geq \frac{\log 0{,}01}{\log\frac{5}{6}} \approx 25{,}3$. Also muss die Anzahl der Würfe $n \geq 26$ sein.