

11. Klasse Lösungen	11
Bedingte Wahrscheinlichkeit	04

1. S=Schwimmen, F=Fußball, L=Lauf, M=Mädchen, B=Buben, gesamt $26 + 28 = 54$

	S	F	L	
M	12	2	14	28
B	2	14	10	26
	14	16	24	54

Zuerst werden die fett gedruckten Felder ausgefüllt. Für F + L bleiben $54 - 14 = 40$, davon $\frac{2}{5}$ Fußball, also 16. Danach werden die restlichen Felder so ergänzt, dass die Spalten- und Zeilensummen stimmen, also z. B. erste Spalte $12 + 2 = 14$ usw.

W., dass Mädchen Fußball spielt: $P_M(F) = \frac{P(F \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{2}{54}}{\frac{28}{54}} = \frac{2}{28} \approx 7,1 \%$

W., dass Bub Fußball spielt: $P_B(F) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{14}{26} \approx 53,8 \%$. Da für Buben die W. der Fußball-Leidenschaft größer ist, hängt diese offenbar vom Geschlecht ab.

„stammt“-Frage umformuliert: W. für Mädchen unter der Bedingung Fußball:

$$P_F(M) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{2}{54}}{\frac{16}{54}} = \frac{2}{16} = 12,5 \%$$

2. (a) $P(\text{„Brennt weniger als 200 d“}) = 1 - P(\text{„Brennt } \geq 200 \text{ d“}) = 1 - 0,35 = 65 \%$

(b) B_b : „Brennt mindestens b Tage.“

$$P_{B_0}(B_{100}) = \frac{P(B_{100} \cap B_0)}{P(B_0)} = \frac{61}{100} = 61 \%$$

$$P_{B_{100}}(B_{200}) = \frac{P(B_{200} \cap B_{100})}{P(B_{100})} = \frac{35}{61} \approx 57 \%$$

$$P_{B_{200}}(B_{300}) = \frac{P(B_{300} \cap B_{200})}{P(B_{200})} = \frac{18}{35} \approx 51 \%$$

Deutung der Abnahme dieser bedingten W.: Ältere Leuchtstoffröhren haben aufgrund ihres Alters geringere „Überlebenschancen“.

3.

	A	\bar{A}	
B	0,18	0,112	0,292
\bar{B}	0,54	0,168	0,708
	0,72	0,28	1

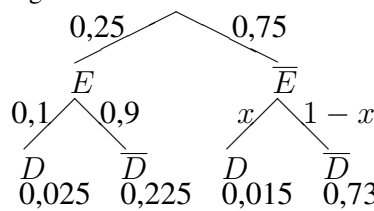
Vierfeldertafel: Die fett gedruckten Felder werden zuerst ausgefüllt; danach: $P(A \cup B)$ besteht aus den drei unterstrichenen Feldern.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,292} \approx 61,6 \%$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,112}{0,28} = 0,4 = 40 \%$$

4. E: „Becher enthält Erdbeerjoghurt“, D: „Deckel defekt“

Baumdiagramm: Die unterstrichenen Daten müssen zusammen 4 % ergeben.

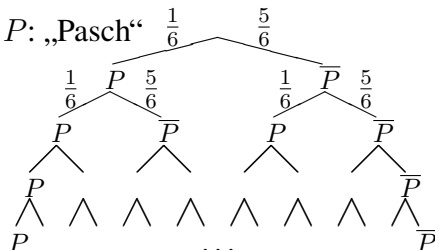


(a) $x = P_{\bar{E}}(D) = \frac{P(D \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{0,015}{0,75} = 0,02 = 2 \%$

Bei Absenken des Ausschussanteils beim Erdbeerjoghurt auf 0 würde der gesamte Ausschussanteil immer noch $P(D \cap \bar{E}) = 0,015 = 1,5 \%$ betragen, so dass auf diese Weise das angestrebte Ziel nicht erreicht werden kann.

(b) $P_{\bar{D}}(E) = \frac{P(E \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,225}{0,96} \approx 0,2344 = 23,44 \%$

5. (a) P: „Pasch“



A: „genau 3-mal Pasch“,

B: „mindestens einmal Pasch“,

C: „drei Pasch hintereinander“

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}{1 - (\frac{5}{6})^4} \approx 0,298$$

$$P_A(C) = \frac{2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}{4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 0,5$$

(b) Für die Anzahl n der Würfe muss gelten:

$$P(\text{„mind. einmal P.“}) = 1 - P(\text{„kein P.“}) = 1 - (\frac{5}{6})^n \geq 0,99, \text{ also } (\frac{5}{6})^n \leq 0,01.$$

Lösung dieser Exponentialgleichung durch Logarithmieren und Anwenden der log-Rechenregeln: $n \cdot \log \frac{5}{6} \leq \log 0,01 \quad | : \log \frac{5}{6} < 0 (!)$

$$n \geq \frac{\log 0,01}{\log \frac{5}{6}} \approx 25,3. \text{ Also muss die Anzahl der Würfe } n \geq 26 \text{ sein.}$$