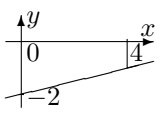


<b>12. Klasse Lösungen</b>	<b>12</b>
<b>Kompakt-Überblick zum Grundwissen</b>	<b>K</b>

- 1.
- (a) Schnittstellen:  $f(x) = g(x); \frac{1}{2}x^3 + x^2 = 0;$   
 $x^2(\frac{1}{2}x + 1) = 0; x_{1/2} = 0, x_3 = -2$   
 $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-2}^0 (\frac{1}{2}x^3 + x^2) dx$   
 $= [\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{3}x^3]_{-2}^0 = 0 - (2 - \frac{8}{3}) = \frac{2}{3}$
- (b) Bruch auseinanderziehen und  $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$   
 schreiben:  $\int \frac{2x+1}{x^2} dx = \int (\frac{2}{x} + x^{-2}) dx =$   
 $= 2 \ln |x| - x^{-1} + C$
- (c) Trapezfläche unterhalb der   
 $x$ -Achse mit Mittellinie 1,5  
 u. Höhe 4, Integralwert also  $-\frac{3}{2} \cdot 4 = -6$ .

- 2.
- $I(x) = [e^t - \frac{1}{2}t^2]_0^x = e^x - \frac{1}{2}x^2 - 1,$   
 $I'(x) = e^x - x$  (klar nach HdI),  
 $I''(x) = e^x - 1, I''(x) = 0$  ergibt  $x = 0$ .  
 $\frac{I'' < 0}{rechts-} \quad \frac{I'' > 0}{links-gekrümmt} \quad I(0) = 0,$  also WP(0|0)

- 3.
- (a)  $B(3; \frac{1}{3}; 2) + B(3; \frac{1}{3}; 3) = 0,25926$   
 (b)  $\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{8}{0}}{\binom{12}{3}} = 0,23636$   
 (c)  $E(X) = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1,$   
 $\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,816$

- 4.
- Treffer: Befragte Person: „Kleeblatt = Glück“  
 $H_0 : p \leq 0,25 \quad H_1 : p > 0,25$   
 Entscheidungsregel:  $H_0$  ablehnen („Schlagzeile trifft zu“), falls Trefferzahl  $k \geq k_0$   
 $\alpha = P_{H_0}(H_0 \text{ abgelehnt}) = P(k \geq k_0) \leq 0,05;$   
 $P_{n=100; p=0,25}(k \leq k_0 - 1) \geq 0,95$   
 Tafel:  $k_0 - 1 = 32,$  also  $k_0 = 33$ .

- 5.
- $AB : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$   
 Einsetzen von  $C$  (erste Zeile  $\lambda = -4,$  zweite Zeile  $\lambda = -1$ ), also liegt  $C$  nicht auf  $AB$ .  
 Abstand von  $H(2|-7|2)$  von  $AB$ : Allg. Geradenpunkt  $F(-\lambda|1-2\lambda|4-2\lambda).$   $\overrightarrow{HF} \circ \vec{u} = 0;$   
 $(-\lambda - 2) \cdot (-1) + (-2\lambda + 8) \cdot (-2) + (-2\lambda + 2) \cdot (-2) = 0;$   $\lambda = 2;$  Lotfußpunkt des Lots von  $H$  auf  $g: F(-2|-3|0)$   
 Abstand:  $\overline{HF} = \sqrt{16 + 16 + 4} = 6$

- 6.
- $\vec{N} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{P}),$  also  $N(0|0,5|4).$   
 $E_1 : \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

- 7.
- $E_2 : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$  mit  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$   
 Normalvektor  $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v},$  Ansatz  $n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = d$  und Einsetzen von  $A$  liefern:  
 $E_2 : 12x_1 - 12x_2 + 6x_3 - 12 = 0$   
 $|\vec{n}| = \left| \begin{pmatrix} 12 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{144 + 144 + 36} = 18$

- HNF:  $\frac{1}{3}(2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2) = 0$   
 $P$  in HNF:  $d(P, E_2) = |\dots| = \frac{2}{3}$   
 $l : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \kappa \in \mathbb{R}.$   
 Kugelgleichung:  $x_1^2 + x_2^2 + (x_3 - 4)^2 = (\frac{2}{3})^2$

- 8.
- Ri. vektoren nicht parallel; gleichsetzen:  
 $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$   
 Erste Zeile:  $-1 + \lambda = -3, \lambda = -2.$   
 In zweite Zeile:  $-2 = 10 + 4\mu, \mu = -3.$   
 Probe in dritter Zeile stimmt,  
 $g$  und  $h_1$  schneiden sich in  $(-3|-2|4).$   
 Schnittwinkel  $\varphi: \varphi \approx 65,16^\circ,$  denn  
 $\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \circ \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 1}{\sqrt{1+1+1} \sqrt{0+16+1}} \approx 0,42$

- 9.
- $E_3$  ist parallel zur  $x_2$ -Achse.  
 Achsenpunkte sind  $(?|0|0), (0|?|0)$  und  $(0|0|?),$  also  $(2|0|0)$  mit  $x_1$ -Achse,  $(0|0|-4)$  mit  $x_3$ -Achse, kein Schnitt mit  $x_2$ -Achse.  
 Schnittwinkel  $\psi$  mit den Achsen: Mit Richtungsvektor  $\vec{u}$  der  $x_1$ -Achse und Normalvektor  $\vec{n}$  von  $E_3, \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix},$  und  
 $\sin \psi = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$  folgt  $\psi \approx 15,95^\circ$  mit  $x_1$ -Achse und analog  $\psi \approx 74,05^\circ$  mit  $x_3$ -Achse.

- 10.
- „ $E_4$  plus  $2 \cdot E_5$ “ liefert  $7x_1 + 7x_3 = 7;$  z. B.  $x_1 = \tau,$  dann  $x_3 = 1 - \tau, x_2 = 4 - 2x_1 - 3x_3 = 1 + \tau,$  also  $\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \tau \in \mathbb{R}.$