7. Klasse Lösungen — 7

Lösen linearer Gleichungen: Sonderfälle — 06

1. (a) $[(x+3)\cdot 2+4]\cdot 5-10x=50$
   $[2x+6+4]\cdot 5-10x=50$
   $10x+50-10x=50$
   $50=50 \qquad L=G$
   (Grundmenge, also z. B. $L=\mathbb{Q}$)

   (b) $3(4x-3)=4(3x-4)$
   $12x-9=12x-16$
   $-9=-16 \qquad L=\{\}$

   (c) $3(4x+4)=4(3-4x)$
   $12x+12=12-16x$
   $12x=-16x$
   $28x=0; \qquad x=0 \qquad L=\{0\}$

   (d) $(x-2)(3x-1)=$
   $=3(x+1)x-2(5x+1)$
   $3x^2-x-6x+2=3x^2+3x-10x-2$
   $3x^2-7x+2=3x^2-7x-2$
   $2=-2 \qquad L=\{\}$

   (e) $ax+2(x-a)=x(2+a); \qquad ax+2x-2a=2x+ax; \qquad -2a=0$
   Ist $a=0$, so steht hier $0=0$, also ist dann $L=\mathbb{Q}$.
   Ist $a\neq 0$, so steht hier eine unerfüllbare Gleichung, also ist dann $L=\{\}$

2. Für $a=2$ steht nach Ausmultiplizieren da: $2x-6=2x+3$, woraus $-6=3$, also $L=\{\}$ folgt.

3. Ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist, also:

   (a) $x(2x-7)=0$
   $x=0$ oder $2x-7=0$
   $x=0$ oder $2x=7$
   $x=0$ oder $x=\frac{7}{2}$, also $L=\{0;\frac{7}{2}\}$

   (b) $(x-3)(2x+4)=0$
   $x-3=0$ oder $2x+4=0$
   $x=3$ oder $x=-2$, also
   $L=\{-2;3\}$

   (c) $x^2-16x=0; \qquad x(x-16)=0$
   $x=0$ oder $x-16=0$; $L=\{0;16\}$

   (d) $2x^2=-2x$
   $2x^2+2x=0$
   $2x(x+1)=0$
   $x=0$ oder $x+1=0$; $L=\{-1;0\}$

   (e) $2x(x-3)+12=3(2x+4)$
   $2x^2-6x+12=6x+12$
   $2x^2-6x=6x$
   $2x^2-12x=0$
   $2x(x-6)=0$
   $x=0$ oder $x-6=0$; $\quad L=\{0;6\}$

4. Zum Beispiel $(2x+3)x=0$

5. Beim Ausmultiplizieren von $(x-a)(x-b)=x^2-bx-ax+ab$ sieht man, dass die ohne x dastehende Zahl (hier 14) das Produkt ab ist. Also probiert man zweckmäßigerweise z. B. $a=2$, $b=7$: $x^2-9x+14=(x-2)(x-7)$ (Ausmultiplizieren: Stimmt!).

   Die Gleichung $x^2-9x+14=0$ heißt somit $(x-2)(x-7)=0$ und hat die Lösungsmenge $L=\{2;7\}$ („Ein Produkt ist 0, …“)

6. Sei x das jetzige Alter von Klaus.

   Jetziges Alter des Vaters: $x+24$.
   In 10 Jahren: Alter von Klaus $x+10$, des Vaters $x+24+10$.

   $x+24+10=4(x+10)$, Grundmenge $G=\mathbb{N}$ (oder $G=\mathbb{Q}^+$)
   $x+34=4x+40; \qquad x=4x+6; \qquad -3x=6$
   $x=-2\notin G$, also $L=\{\}$, Klaus muss sich verrechnet haben.