



8. Klasse Lösungen

Rechnen mit Bruchtermen

8

06

1. (a) Nebenrechnung: $36x^2 - 16x = 0$;

$$4x(9x - 4) = 0;$$

$$x = 0 \text{ oder } 9x - 4 = 0;$$

$$x = 0 \text{ oder } 9x = 4;$$

$$x = 0 \text{ oder } x = \frac{4}{9}.$$

- (b) Verboten sind:

$$x - 6 = 0 \text{ und } 6x + 1 = 0,$$

also verboten:

$$x = 6 \text{ und } 6x = -1.$$

Somit $D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{6}; 6\}$

Damit ist $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; \frac{4}{9}\}$

2. (a) $\frac{45x - 20}{36x^2 - 16x} = \frac{5(9x - 4)}{4x(9x - 4)} = \frac{5}{4x}$

(b) $\frac{(ab)^2}{a^3b - a^2b^3} = \frac{a^2b^2}{a^2b(a - b^2)} = \frac{b}{a - b^2}$

3. $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2(R_1 + R_2) + R_1(R_1 + R_2) + R_1R_2}{R_1R_2(R_1 + R_2)} = \frac{3R_1R_2 + R_2^2 + R_1^2}{R_1R_2(R_1 + R_2)}$

4. (a) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} - \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{x+2-(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$

(b) $\frac{24-x}{x+3} - 8 = \frac{24-x}{x+3} - \frac{8(x+3)}{x+3} = \frac{24-x-8(x+3)}{x+3} = \frac{24-x-8x-24}{x+3} = \frac{-9x}{x+3} = -\frac{9x}{x+3}$

(c) Zuerst faktorisieren, dann (-1) -Trick, dann auf gleichen Nenner bringen:

$$\begin{aligned} \frac{6x^2+5}{36x^2-16x} + \frac{3x}{8-18x} &= \frac{6x^2+5}{4x(9x-4)} + \frac{3x}{2(4-9x)} = \frac{6x^2+5}{4x(9x-4)} - \frac{3x}{2(9x-4)} = \\ &= \frac{6x^2+5}{4x(9x-4)} - \frac{3x \cdot 2x}{4x(9x-4)} = \frac{6x^2+5-6x^2}{4x(9x-4)} = \frac{5}{4x(9x-4)} \end{aligned}$$

(d) $\begin{aligned} \frac{6x+11}{2x+4} - \frac{2x+5}{x^2+2x} - 3 &= \frac{6x+11}{2(x+2)} - \frac{2x+5}{x(x+2)} - 3 = \frac{(6x+11)x}{2x(x+2)} - \frac{(2x+5) \cdot 2}{2x(x+2)} - \frac{3 \cdot 2x(x+2)}{2x(x+2)} = \\ &= \frac{6x^2+11x-(4x+10)-(6x^2+12x)}{2x(x+2)} = \frac{6x^2+11x-4x-10-6x^2-12x}{2x(x+2)} = \frac{-5x-10}{2x(x+2)} = \\ &= \frac{-5(x+2)}{2x(x+2)} = \frac{-5}{2x} = -\frac{5}{2x} \end{aligned}$

5. (a) $\frac{74x - 34}{x + 1} \cdot \frac{x^2 + 1}{74x + 34} =$

$$= \frac{(74x - 34)(x^2 + 1)}{(x + 1)(74x + 34)} = \frac{2(37x - 17)(x^2 + 1)}{(x + 1)2(37x + 17)} = \frac{(37x - 17)(x^2 + 1)}{(x + 1)(37x + 17)}$$

Eine weitere Vereinfachung ist nicht möglich, da $x^2 + 1$ nicht faktorisiert werden kann und nicht weiter gekürzt werden kann.

(b) $\frac{az}{z-a} : \frac{a^2z^3}{az-a^2} = \frac{az}{z-a} \cdot \frac{az-a^2}{a^2z^3} = \frac{az \cdot a(z-a)}{(z-a) \cdot a^2z^3} = \frac{1}{z^2}$

6. (a) $\frac{\frac{J}{C}}{J} = \frac{J}{C} : J = \frac{J}{C \cdot J} = \frac{1}{C}$

(b) $\frac{J}{\frac{J}{C}} = J : \frac{J}{C} = J \cdot \frac{C}{J} = \frac{J \cdot C}{J} = \frac{C}{1} = C$

(c) $\frac{\frac{1}{x^2} - 2}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x}{x} - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{1-2x^2}{x^2}}{\frac{x-1}{x}} =$

$$= \frac{1-2x^2}{x^2} : \frac{x-1}{x} = \frac{1-2x^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{(1-2x^2)x}{x^2(x-1)} = \frac{1-2x^2}{x(x-1)}$$