

**9. Klasse Lösungen****9****Binomische Formeln, Faktorisieren****02**

1. (a)  $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$  (b)  $(2m + n)^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$   
(c)  $(mn - p)(p + mn) = (mn - p)(mn + p) = m^2n^2 - p^2$   
(d)  $(-r - s)^2 = (-r)^2 + 2(-r)(-s) + (-s)^2 = r^2 + 2rs + s^2$   
(e)  $(x - 1\frac{1}{3})^2 + (x + 1\frac{1}{3})^2 - (x + \frac{7}{3})(x - \frac{7}{3}) = (x - \frac{4}{3})^2 + (x + \frac{4}{3})^2 - (x + \frac{7}{3})(x - \frac{7}{3}) =$   
 $= x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} + x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} - (x^2 - \frac{49}{9}) = 2x^2 + \frac{32}{9} - x^2 + \frac{49}{9} = x^2 + \frac{81}{9} =$   
 $= x^2 + 9$  (Weitere Vereinfachung ist nicht möglich/keine binomische Formel!)
2. (a)  $ax^2 + bx - x = x(ax + b - 1)$   
(b)  $x^2 - 30x + 225 = (x - 15)^2$   
(c)  $9x^2 - 121 = (3x + 11)(3x - 11)$   
(d)  $m^2x^2 + 40mx + 400 = (mx + 20)^2$   
(e)  $81x^4 - 1 = (9x^2 + 1)(9x^2 - 1) = (9x^2 + 1)(3x + 1)(3x - 1)$   
(f)  $11x^3 - 44x = 11x(x^2 - 4) = 11x(x + 2)(x - 2)$   
(g)  $\frac{1}{5}x^2 + 12x + 180 = \frac{1}{5}(x^2 + 60x + 900) = \frac{1}{5}(x + 30)^2$   
(h)  $3k^2 - 3k + \frac{3}{4} = 3(k^2 - k + \frac{1}{4}) = 3(k - \frac{1}{2})^2$   
(i)  $3x^2 + 39x + 507 = 3(x^2 + 13x + 169)$   
(Weitere Vereinfachung ist nicht möglich, da das gemischte Glied nicht zur binomischen Formel  $(x + 13)^2 = x^2 + 26x + 169$  passt.)  
(j)  $-x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{16} = -(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}) = -(x - \frac{1}{4})^2$
3. Der Term unter der Wurzel muss  $\geq 0$  sein:  $x^2 - 12x + 36 \geq 0$ , also  $(x - 6)^2 \geq 0$ .  
Da Quadrate nie negativ sind, ist dies stets der Fall. Also sind alle  $x$ -Werte erlaubt:  
 $D = \mathbb{R}$ .
4. (a) Summen/Differenzen (z. B.  $(a + b)^3$ ) nicht einzeln potenzieren!  
Sondern: Ausmultiplizieren (binomische Formeln):  
 $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) =$   
 $= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
(b) Summen/Differenzen (z. B.  $a^7 - a^5$ ) können nicht zusammengefasst werden.  
Sondern: Gemeinsame Faktoren ausklammern, eventuell binomische Formeln suchen, sonst stehen lassen:  
 $\frac{a^7 - a^5}{a^3 - a^2} = \frac{a^5(a^2 - 1)}{a^2(a - 1)} = \frac{a^5(a + 1)(a - 1)}{a^2(a - 1)} = a^3(a + 1)$
5. (a)  $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$   
(b)  $\frac{1}{100}x^2 + x + 25 = (\frac{1}{10}x + 5)^2$   
(Lösungsweg: 1. Schritt: Schreibe  $\frac{1}{100}x^2 + x + \dots = (\frac{1}{10}x + ?)^2$ .  
2. Schritt: Überlege das gemischte Glied:  $2 \cdot \frac{1}{10}x \cdot ? = x$ , also  $\frac{2}{10} \cdot ? = 1$ , also  $? = 5$ .  
3. Schritt: Binomische Formel für  $(\frac{1}{10}x + 5)^2$  ausrechnen.)
6.  $ax - 7bx + 4ay - 28by = x(a - 7b) + 4y(a - 7b) = (x + 4y)(a - 7b)$