



Lösungen weitere Themen (alter LP)	W
Kompakt-Überblick zum Grundwissen K 13	16

1.

$$AB : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} (\lambda \in \mathbb{R}).$$

Einsetzen von C (erste Zeile $\lambda = -4$, zweite Zeile $\lambda = -1$), also liegt C nicht auf AB .

2.

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$$

3.

$$(a) E_{ABC} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Eliminieren von λ, μ (oder Normalvektor mittels Vektorprodukt) liefert:

$$E_{ABC} : 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2 = 0$$

$$|\vec{n}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$\text{HNF: } \frac{1}{3}(2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2) = 0$$

$$P \text{ in HNF: } d(P, E_{ABC}) = |\dots| = \frac{2}{3}$$

$$(b) \vec{x} = \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ oder } -x_1 + 3x_2 = 0$$

4.

Ri.vektoren nicht parallel; gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Erste Zeile: $-1 + \lambda = -3, \lambda = -2$.

In zweite Zeile: $-2 = 10 + 4\mu, \mu = -3$.

Probe in dritter Zeile stimmt,

g und h_1 schneiden sich in $(-3 | -2 | 4)$.

Schnittwinkel φ : $\varphi \approx 65,16^\circ$, denn

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \circ \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 1}{\sqrt{1+1+1} \sqrt{0+16+1}} \approx 0,42$$

5.

E_1 ist parallel zur x_2 -Achse.

Achsenpunkte sind $(?|0|0)$, $(0|?|0)$ und $(0|0|?)$, also $(2|0|0)$ mit x_1 -Achse, $(0|0|-\frac{4}{7})$ mit x_3 -Achse, kein Schnitt mit x_2 -Achse.

Schnittwinkel ψ mit den Achsen: Mit Richtungsvektor \vec{u} der x_1 -Achse und Normalvektor \vec{n} von E_1 , $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$, und

$\sin \psi = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$ folgt $\psi \approx 15,95^\circ$ mit x_1 -Achse und analog $\psi \approx 74,05^\circ$ mit x_3 -Achse.

6.

„ E_2 plus $2 \cdot E_3$ “ liefert $7x_1 + 7x_3 = 7$; z. B. $x_1 = \tau$, dann $x_3 = 1 - \tau$, $x_2 = 4 - 2x_1 - 3x_3 = 1 + \tau$, also $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

7.

Abstand von $H(4|2|3)$ von g : Allg. Geradenpunkt $G(-1 + \lambda | \lambda | 2 - \lambda)$. $\overrightarrow{HG} \circ \vec{u} = 0$; $(4 + 1 - \lambda) \cdot 1 + (2 - \lambda) \cdot 1 + (3 - 2 + \lambda) \cdot 1 = 0$; $\lambda = 2$

Lotfußpunkt des Lots von H auf g : $G(1|2|0)$

$$\text{Abstand: } \overline{HG} = \sqrt{9 + 0 + 9} = 3\sqrt{2}$$

$$k : (x_1 - 0)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 4)^2 = 2^2$$

Allgemeiner Geradenpunkt G eingesetzt:

$$(-1 + \lambda)^2 + (\lambda - 1)^2 + (2 - \lambda - 4)^2 = 4;$$

$$3\lambda^2 = -2 \quad \nabla \text{ kein Schnittpunkt von } g \text{ mit } k$$

8.

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; $\vec{d} - \vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$; es folgt: $D(5|5|2)$

M ist Mittelpunkt von $[AC]$: $M(2|2|2)$

$$A_P = |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = \left| \begin{pmatrix} 12 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = 18$$

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}) = 0$, also linear abhängig.

Teilverhältnis τ : $\overrightarrow{BS} = \tau \overrightarrow{SM}$ mit $\tau = 2$, also wird im Dreieck ACB die Seitenhalbierende $[BM]$ im Verhältnis $2 : 1$ geteilt; S ist der Schwerpunkt des Dreiecks ACB .

9.

$$(a) \int_0^b x e^{-x} dx = [-x e^{-x}]_0^b - \int_0^b (-e^{-x}) dx = \begin{matrix} 0 & \downarrow & \uparrow \\ & & \end{matrix} = -b e^{-b} - [e^{-x}]_0^b = -b e^{-b} - e^{-b} + 1 \rightarrow 1 (b \rightarrow \infty)$$

$$(b) \text{Subst.: } \frac{\pi}{2} \mid \cos x = u \mid_1^0, -\sin x dx = du$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot 2^{\cos x} dx = -\int_1^0 2^u du = \left[\frac{1}{\ln 2} 2^u \right]_0^1 = \frac{1}{\ln 2}$$

10.

$$(a) \mu = np = 520, \sigma = \sqrt{npq} = 19,6.$$

$$P_{n=2000; p=0,26} (500 < X < 600) \approx$$

$$\approx \Phi\left(\frac{599,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{500,5 - \mu}{\sigma}\right) =$$

$$= 0,99998 - (1 - 0,84013) = 0,84011$$

$$(b) P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right) \geq 0,9, \text{ also } \frac{a - \mu}{\sigma} \geq \Phi^{-1}(0,9) = 1,2816, \text{ also } a \geq 119,2$$