Lösungen weitere Themen (alter LP)	W
Kompakt-Überblick zum Grundwissen K 13	**16**

1.
$AB: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \; (\lambda \in \mathbb{R})$.
Einsetzen von C (erste Zeile $\lambda = -4$, zweite Zeile $\lambda = -1$), also liegt C nicht auf AB.

2.
$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
$(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$

3.
(a) $E_{ABC}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$
Eliminieren von λ, μ (oder Normalvektor mittels Vektorprodukt) liefert:
$E_{ABC}: 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2 = 0$
$|\vec{n}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4+4+1} = 3$
HNF: $\frac{1}{3}(2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2) = 0$
P in HNF: $d(P, E_{ABC}) = |\ldots| = \frac{2}{3}$
(b) $\vec{x} = \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ oder $-x_1 + 3x_2 = 0$

4.
Ri.vektoren nicht parallel; gleichsetzen:
$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 7 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
Erste Zeile: $-1 + \lambda = -3$, $\lambda = -2$.
In zweite Zeile: $-2 = 10 + 4\mu$, $\mu = -3$.
Probe in dritter Zeile stimmt,
g und h_1 schneiden sich in $(-3|-2|4)$.
Schnittwinkel φ: $\varphi \approx 65{,}16°$, denn
$\cos\varphi = \frac{|\vec{u_1} \circ \vec{u_2}|}{|\vec{u_1}| \cdot |\vec{u_2}|} = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 1}{\sqrt{1+1+1}\sqrt{0+16+1}} \approx 0{,}42$

5.
E_1 ist parallel zur x_2-Achse.
Achsenpunkte sind $(?|0|0)$, $(0|?|0)$ und $(0|0|?)$, also $(2|0|0)$ mit x_1-Achse, $(0|0|-\frac{4}{7})$ mit x_3-Achse, kein Schnitt mit x_2-Achse.
Schnittwinkel ψ mit den Achsen: Mit Richtungsvektor $\vec{u}$ der x_1-Achse und Normalvektor $\vec{n}$ von E_1, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$, und $\sin\psi = \frac{|\vec{u} \circ \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$ folgt $\psi \approx 15{,}95°$ mit x_1-Achse und analog $\psi \approx 74{,}05°$ mit x_3-Achse.

6.
„E_2 plus $2 \cdot E_3$" liefert $7x_1 + 7x_3 = 7$; z. B. $x_1 = \tau$, dann $x_3 = 1 - \tau$, $x_2 = 4 - 2x_1 - 3x_3 = 1 + \tau$, also $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

7.
Abstand von $H(4|2|3)$ von g: Allg. Geradenpunkt $G(-1+\lambda|\lambda|2-\lambda)$. $\overrightarrow{HG} \circ \vec{u} = 0$;
$(4+1-\lambda) \cdot 1 + (2-\lambda) \cdot 1 + (3-2+\lambda) \cdot 1 = 0$;
$\lambda = 2$
Lotfußpunkt des Lots von H auf g: $G(1|2|0)$
Abstand: $\overline{HG} = \sqrt{9+0+9} = 3\sqrt{2}$
$k: (x_1 - 0)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 4)^2 = 2^2$
Allgemeiner Geradenpunkt G eingesetzt:
$(-1+\lambda)^2 + (\lambda - 1)^2 + (2 - \lambda - 4)^2 = 4$;
$3\lambda^2 = -2$ ↯ kein Schnittpunkt von g mit k

8.
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; $\vec{d} - \vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$; es folgt: $D(5|5|2)$
M ist Mittelpunkt von $[AC]$: $M(2|2|2)$
$A_P = |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = \left| \begin{pmatrix} 12 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = 18$
$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}) = 0$, also linear abhängig.
Teilverhältnis τ: $\overrightarrow{BS} = \tau \overrightarrow{SM}$ mit $\tau = 2$, also wird im Dreieck ACB die Seitenhalbierende $[BM]$ im Verhältnis $2:1$ geteilt; S ist der Schwerpunkt des Dreiecks ACB.

9.
(a) $\int\limits_0^b \underset{\downarrow\uparrow}{x e^{-x}} dx = [-x e^{-x}]_0^b - \int_0^b (-e^{-x}) dx =$
$= -b e^{-b} - [e^{-x}]_0^b =$
$= -b e^{-b} - e^{-b} + 1 \to 1 \; (b \to \infty)$
(b) Subst.: $\left.\begin{matrix}\frac{\pi}{2}\\0\end{matrix}\right| \cos x = u \Big|_1^0$, $-\sin x\, dx = du$
$\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot 2^{\cos x} dx = -\int_1^0 2^u du =$
$= [\frac{1}{\ln 2} 2^u]_0^1 = \frac{1}{\ln 2}$

10.
(a) $\mu = np = 520$, $\sigma = \sqrt{npq} = 19{,}6$.
$P_{n=2000;p=0{,}26}(500 < X < 600) \approx$
$\approx \Phi(\frac{599{,}5-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{500{,}5-\mu}{\sigma}) =$
$= 0{,}99998 - (1 - 0{,}84013) = 0{,}84011$
(b) $P(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{a-\mu}{\sigma}) \geq 0{,}9$, also $\frac{a-\mu}{\sigma} \geq \Phi^{-1}(0{,}9) = 1{,}2816$, also $a \geq 119{,}2$