



<b>Lösungen weitere Themen (alter LP)</b>	<b>W</b>
<b>Gleichungen mit Parametern</b>	<b>04</b>

1.  $ax = a - 4$

Fall 1:  $a \neq 0$ :

$$x = \frac{a-4}{a}; \quad L = \left\{ \frac{a-4}{a} \right\}$$

Fall 2:  $a = 0$ :

$$0 = -4; \quad L = \{ \}$$

2.  $ax = a + 4x; \quad ax - 4x = a; \quad (a - 4)x = a$

Fall 1:  $a - 4 \neq 0$ , d. h.  $a \neq 4$ :

$$x = \frac{a}{a-4}; \quad L = \left\{ \frac{a}{a-4} \right\}$$

Fall 2:  $a - 4 = 0$ , d. h.  $a = 4$ :

$$0 = 4; \quad L = \{ \}$$

3.  $ax + 4 = a^2 + 2x; \quad ax - 2x = a^2 - 4; \quad (a - 2)x = a^2 - 4$

Fall 1:  $a - 2 \neq 0$ , d. h.  $a \neq 2$ :

$$x = \frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a + 2;$$
$$L = \{ a + 2 \}$$

Fall 2:  $a - 2 = 0$ , d. h.  $a = 2$ :

$$0 = 4 - 4; \quad 0 = 0;$$
$$L = \mathbb{Q}$$

4.  $\frac{xy}{3-x} = 2; \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

$$xy = 2(3 - x); \quad xy = 6 - 2x; \quad xy + 2x = 6; \quad (y + 2)x = 6$$

Fall 1:  $y + 2 \neq 0$ , d. h.  $y \neq -2$ :

$$x = \frac{6}{y+2}.$$

Fall 2:  $y + 2 = 0$ , d. h.  $y = -2$ :

$$0 = 6; \text{ keine Lösung für } x.$$

Für Spezialisten sei noch bemerkt, dass für  $y = 0$  dieser Wert gleich 3 und damit nicht in der Definitionsmenge ist.

5.  $\frac{xy}{3-x} = 2; \quad xy = 2(3 - x); \quad xy = 6 - 2x$

Fall 1:  $x \neq 0$ :

$$y = \frac{6-2x}{x}$$

Fall 2:  $x = 0$ :

$$0 = 6; \text{ keine Lösung für } y.$$

6.  $\frac{r^2}{r+9x} = \frac{1}{x}; \quad D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ -\frac{r}{9}; 0 \right\}$

$$r^2x = r + 9x$$

$$(r^2 - 9)x = r$$

Fall 1:  $r^2 - 9 \neq 0$ , d. h.  $r \neq \pm 3$ :

$$x = \frac{r}{r^2-9}$$

Für Spezialisten sei bemerkt, dass sich die leere Menge als Lösungsmenge ergibt, falls dieser Ausdruck gleich  $-\frac{r}{9}$  oder gleich 0 ist. Ersteres führt auf  $\frac{r}{r^2-9} = -\frac{r}{9}; 9 = -(r^2 - 9); r^2 = 0; r = 0$ , zweites auf  $\frac{r}{r^2-9} = 0$  und damit ebenfalls auf  $r = 0$ ; für  $r = 0$  ergibt sich also die leere Menge als Lösungsmenge.

Fall 2:  $r^2 - 9 = 0$ , d. h.  $r = 3$  oder  $r = -3$ .
$$0 = \pm 3; \quad L = \{ \}. \text{ Also ergibt sich für } r = \pm 3 \text{ die leere Menge als Lösungsmenge.}$$