www.strobl-f.de/lsgw8.pdf

Lösungen weitere Themen (alter LP) — W

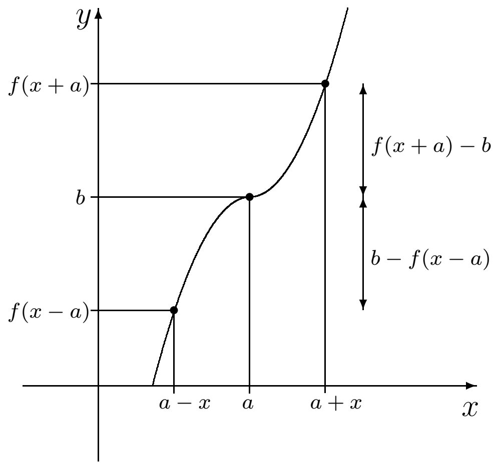
Kurvendiskussion: Theorie — 08

1. (a) $a-x$ und $a+x$ sind symmetrisch zu $x=a$ liegende x-Werte. Aus der Zeichnung liest man dann die gegebene Beziehung ab.

   Alternativ kann man auch sagen: Der Mittelwert von $f(x+a)$ und $f(x-a)$ muss b sein:

   $$\frac{f(x+a)+f(x-a)}{2}=b$$

   Diese Beziehung kann durch Umformen aus der gegebenen Beziehung hergeleitet werden.



   (b) Linke Seite: $2-f(1-x)=2-\frac{2(1-x)+5}{(1-x)-1}=2-\frac{7-2x}{-x}=2+\frac{7-2x}{x}=\frac{2x+7-2x}{x}=\frac{7}{x}$

   Rechte Seite: $f(1+x)-2=\frac{(2(1+x)+5}{(1+x)-1}-2=\frac{7+2x}{x}-2=\frac{7+2x-2x}{x}=\frac{7}{x}$.

   (c) Achsensymmetrie: $f(a+x)=f(a-x)$

2. Man ermittelt zunächst die Vorzeichenbereiche des Bruches $g(x)=\frac{2x+5}{x-1}$

   $g>0$ $\quad -2{,}5 \quad$ $g<0$ $\quad 1\notin D_g \quad$ $g>0$

   Da $g(x)\geq 0$ sein muss, folgt für den Definitionsbereich des gegebenen Wurzelausdrucks: $D_f=]-\infty;-2{,}5]\cup]1;\infty[$

3. (a) Polynomdivision: $f(x)=(x^4-1):(x^3-1)=x+\frac{x-1}{x^3-1}=\underbrace{x}_{\uparrow}+\underbrace{\frac{1}{x^2+x+1}}_{\to 0 \text{ für } x\to\infty}$

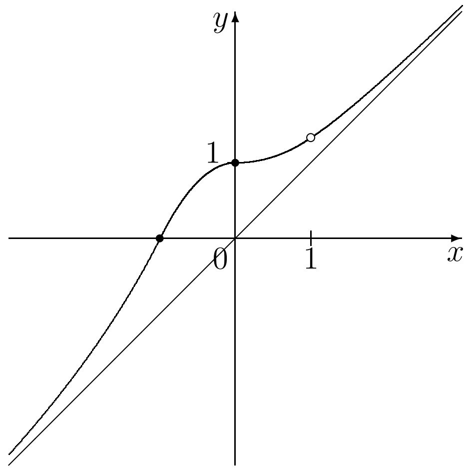
   Die schräge Asymptote hat also die Gleichung $y=x$

   (b) Es ist $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\frac{4}{3}$

   (c) $x^4-1=(x^2-1)(x^2+1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)$. Also hat $x^4-1=0$ die Lösungen $x_1=1\notin D$, $x_2=-1$. Somit ist $x=-1$ die einzige Nullstelle.

   Extrema: Es ist $f'(x)=\frac{x^4+2x^3+3x^2}{(x^2+x+1)^2}$ und somit $f'>0$ überall außer bei $x=1$ (Definitionslücke) und $x=0$. Also liegt bei $x=0$ ein Terrassenpunkt vor. Extrema gibt es nicht.

   Wendepunkte: Es ist $f''(x)=\frac{6x^5-12x^4+12x^2-6x}{(x^3-1)^3}$ und somit $f''>0$ in $]-\infty;-1[\cup]0;1[\cup]1;\infty[$. Also liegen bei $(-1|0)$ und $(0|1)$ Wendepunkte vor, wobei $(0|1)$ sogar Terrassenpunkt ist.



$W_f=\mathbb{R}\backslash\{\frac{4}{3}\}$