11. Klasse Übungsaufgaben	**11**
Ableitung, Tangenten	**07**

1. Gegeben ist der Funktionsterm $f(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + 8x - 48$.

   Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve im Punkt $P(1|?)$.

   Bestimmen Sie die Gleichung der Normalen der Kurve im Punkt $Q(-1|?)$.

2. Prüfen Sie, ob die Gerade mit $g(x) = \frac{15}{4}x + \frac{35}{4}$ eine Tangente an $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ist!

3. Gegeben sind $f(x) = x^2 + 2x + 2$ und $g(x) = x^2 - 4x + 5$.

   Bestimmen Sie den Winkel, unter dem sich die Funktionsgraphen schneiden; berechnen Sie hierzu die Steigungen m_1 und m_2 im Schnittpunkt und verwenden Sie anschließend $m_1 = \tan\alpha_1$, $m_2 = \tan\alpha_2$, um den Schnittwinkel der Tangenten zu ermitteln (Skizze!).

4. Begründen oder widerlegen Sie sowohl formal als auch anschaulich: Falls zwei Funktionen f und h die gleiche Ableitungsfunktion $f' = h'$ haben, stimmen dann auch f und h überein?

5. Gegeben ist die Parabelschar $f_k(x) = x^2 - 7x + k$ mit dem reellen Parameter k, der eine Verschiebung der Parabel nach oben bewirkt.

   (a) Für welche k hat die Parabel keine, eine, zwei Nullstellen?

   (b) Nun sei $k = 12{,}25$, und es werden Geraden mit Steigung -2 und y-Achsenabschnitt t als Parameter betrachtet. Vorgelegt ist folgende Frage: Wie müsste man den Wert t wählen, damit die Gerade $y = -2x + t$ die Parabel mit $k = 12{,}25$ berührt, also genau einen gemeinsamen Punkt mit ihr hat?

   Lösen Sie diese Aufgabe auf zwei Arten:

   - Untersuchung, für welchen Parameterwert t die entsprechende Gleichung zur Berechnung der Schnittpunkte genau eine doppelte Lösung hat.
   - Berechnung, bei welchem x-Wert und somit in welchem Punkt die Parabel die Geradensteigung aufweist, und Anpassung des Geraden-Parameterwerts t so, dass dieser Punkt auf der Geraden liegt.

6. Vom Punkt $P(-0{,}5|0{,}5)$ aus soll eine Tangente an die Parabel $f(x) = -0{,}25x^2$ gelegt werden (vgl. Skizze).
   Stellen Sie eine Gleichung auf, mit der die x-Werte der entsprechenden Berührpunkte B_1 und B_2 berechnet werden können.
   Anleitung: Verwenden Sie die in grund117.pdf genannte Formel $y = f'(b) \cdot (x - b) + f(b)$, um die Tangente in einem allgemeinen Geradenpunkt $B(b|f(b))$ aufzustellen, und fordern Sie, dass der Punkt P auf der Tangente liegen soll.