

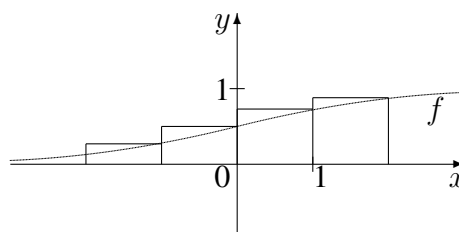
## 12. Klasse Übungsaufgaben

**12**

### Integration

**01**

1. Gegeben ist  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$  mit dem nebenstehenden Graphen.



- (a) Berechnen Sie für  $A = \int_{-2}^2 f(x) dx$  eine Abschätzung nach oben, indem Sie wie in der Abbildung die Streifenflächen berechnen und summieren.
- (b) Berechnen Sie den exakten Wert von  $A$  (beachten Sie: Der Zähler ist Ableitung des Nenners, also  $f(x)$  von der Bauart  $\frac{N'(x)}{N(x)}$ ).  
Um wie viel % weicht die Abschätzung aus Teilaufgabe (a) hiervon ab?
- (c) Die Verkaufszahlen eines bestimmten Autotyps (in 100 000 Stück) im Jahre  $x$  (Markteinführung vor zwei Jahren:  $x = -2$ ) werden modellhaft durch die Funktion  $f$  beschrieben.

Welche Bedeutung haben dann  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  und  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  in diesem Kontext?

2. Skizzieren Sie die Graphen zu den Funktionen mit  $f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)x^2$  und  $g(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$  und berechnen Sie

- (a) den Inhalt  $A_1$  der Fläche, die vom Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse eingeschlossen wird;
- (b) den Inhalt  $A_2$  der Fläche zwischen den Graphen von  $f$  und  $g$ ;
- (c)  $A_3 = \int_1^{2,5} f(x) dx$  und deuten Sie das Vorzeichen hiervon;
- (d) den Inhalt  $A_4$  der Fläche, die von der Tangente an  $g$  im Punkt  $(-3|2,5)$ , der  $x$ -Achse und dem Graphen von  $g$  eingeschlossen wird;
- (e)  $b$  so, dass  $\int_0^b g(x) dx = 0$  und deuten Sie die Ergebnisse.

3. Berechnen Sie:

(a)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 - x - 5}{x^2} dx$

(b)  $\int_0^4 (6\sqrt[3]{x} - 5) dx$

(c)  $\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$