



12. Klasse Übungsaufgaben	12
Erwartungswert, Binomialverteilung	03

1. Erklären Sie anschaulich die Bedeutung von $\binom{n}{k}$ in der $B(n; p; k)$ -Formel.
2. Beim Lotto 6 aus 49 befinden sich 49 Kugeln in der Lostrommel, aus denen 6 ohne Zurücklegen gezogen werden.
 - (a) Der Spielteilnehmer hat vor der Ziehung 6 Zahlen auf dem Spielschein angekreuzt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit (W.), dass sich unter den 6 gezogenen Kugeln genau 4 vorher angekreuzte befinden.
 - (b) Wie viele Möglichkeiten für die Ziehung 6 aus 49 gäbe es, wenn die Reihenfolge, in der die Kugeln gezogen werden, von Interesse wäre?
3. Eine Maschine soll Papier auf eine bestimmte Länge zuschneiden. Das Schneidewerkzeug liefert nur zu 80 % korrekt geschnittene Blätter. Das Experiment soll als Bernoulli-Kette betrachtet werden.
 - (a) Erscheint Ihnen die hierfür nötige Unabhängigkeitsannahme gerechtfertigt?
 - (b) Geben Sie die W. an, dass sich unter 100 Blättern
 - mindestens 98
 - höchstens 90
 - mindestens 90
 - mindestens 70 und höchstens 90einwandfreie befinden.
 - (c) Das Schneidewerkzeug wird ausgetauscht, wenn unter 50 Blättern weniger als $k_0 = 45$ einwandfreie sich befinden. Wie groß ist die W. für einen Austausch? Wie muss die Zahl k_0 geändert werden, damit die Austausch-Wahrscheinlichkeit mindestens 99 % beträgt?
 - (d) Beim Zuschnitt entsteht — auf ganze mm gerundet — zu 3 % die Papierlänge 295 mm, zu 18 % die Länge 296 mm, zu 45 % 297 mm, zu 22 % 298 mm, zu 7 % 299 mm und zu 5 % 300 mm. Berechnen Sie Erwartungswert und Streuung.
4. In einer Klasse mit 25 Jugendlichen (davon 11 Mädchen) geben je 4 Buben und Mädchen an, für das Studium bereits Geld zu sparen.
 - (a) Es wird eine Person zufällig ausgewählt. Mit welcher W. handelt es sich um ein Mädchen, wenn die ausgewählte Person zur Gruppe der „Sparer“ gehört?
 - (b) Nun werden nacheinander 4 Schüler zufällig ausgewählt. Zu betrachten ist das Ereignis „Es wird genau ein Sparer ausgewählt“. Zeigen Sie, dass sich die W. für Ziehen ohne bzw. mit Zurücklegen um mehr als 2 Prozentpunkte unterscheiden. Warum ist der Unterschied bei Ziehen aus einer großen Personenzahl geringer?Im Folgenden soll im Modell „Ziehen mit Zurücklegen“ gerechnet werden.
 - (c) Wie groß ist die W., dass
 - frühestens die vierte gezogene Person weiblich ist,
 - spätestens die vierte gezogene Person weiblich ist,
 - die vierte gezogene Person die zweite weibliche ist?
 - (d) Berechnen Sie, wie oft das Experiment „Auswahl einer Person“ durchgeführt werden muss, um mit mehr als 99 % W. mind. einen männl. Sparer zu ziehen.
 - (e) Nun wird aus 200 Personen mit gleichen prozentualen Anteilen wie in der Schulklasse gezogen. Wie groß ist die Zahl μ der zu erwartenden männlichen Nichtsparer? Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man genau diese Anzahl? Wie groß ist die Streuung σ für diese Anzahl? Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich die Zahl der gezogenen männlichen Nichtsparer im Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$?