

9. Klasse Übungsaufgaben

9

Quadratische Funktionen: Scheitel

02

1. Bestimme den Scheitel:

(a) $y = x^2 - 3x - \frac{3}{4}$ (mit quadratischer Ergänzung)

(b) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 11$ (mit quadratischer Ergänzung)

(c) $y = \frac{1}{2}(x + 12)(x - 4)$ (mit Hilfe der Nullstellen)

2. Gib die Gleichung einer nach unten geöffneten Standardparabel mit Scheitel (5|2) an.

3. Erkläre, wodurch sich die Parabeln $y = 3x^2 - 18x + 27$ und $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ unterscheiden.

4. Bestimme den Scheitel der Parabel, die durch die Punkte $A(-1|-38)$, $B(1|-18)$ und $C(3|-6)$ geht.

Anleitung: Setze in den Ansatz $y = ax^2 + bx + c$ den x - und y -Wert jeweils eines Punktes ein und gewinne so ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen für die Variablen a , b , c . Zur Lösung von linearen Gleichungssystemen siehe grund89.pdf und ueb89.pdf, Aufgabe 3.

5. In dieser Aufgabe wird der Funktionsterm einer quadratischen Funktion aufgestellt für die Summe aller natürlichen Zahlen bis zur Zahl x .

(a) Betrachte zunächst die Summe $s = 1 + 2 + 3 + \dots + 11 + 12$.

Studiere folgenden Trick zur Berechnung von s :

$$s = 1 + 2 + \dots + 12$$

$$s = 12 + 11 + \dots + 1$$

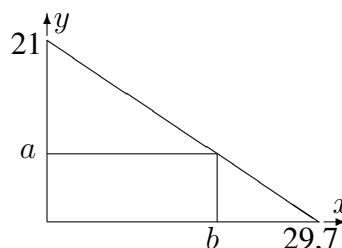
$$2s = 13 + 13 + \dots + 13 = 12 \cdot 13, \text{ also } s = 78$$

Verwende denselben Trick, um $1 + 2 + \dots + 98 + 99$ zu bestimmen.

(b) Begründe ebenso: $1 + 2 + \dots + x = \frac{x(x+1)}{2}$

(c) Bestimme den Scheitel zur Funktionsgleichung $y = \frac{x(x+1)}{2}$

6. Aus einem diagonal halbierten DIN A 4-Blatt soll entsprechend nebenstehender Zeichnung ein möglichst großflächiges Rechteck geschnitten werden.



Hinweis: Gehe in folgenden Schritten vor:

- Schreibe für die Größe, die maximiert werden soll, eine einfache Formel.
- Die Maße a und b des Rechtecks sind durch eine sog. Nebenbedingung verknüpft (denn je größer a , desto kleiner ist b). Mache dir klar, dass gilt: $a = -\frac{21}{29,7}b + 21$
- Auflösen dieser Gleichung nach einer Variablen (hier bereits der Fall).
- Durch Einsetzen in die anfängliche Formel erhält man eine Darstellung mit nur einer Variablen in Form einer quadratischen Funktionsgleichung. Führe eine Umbenennung durch (x statt b).
- Durch Suche des Scheitels findet man das Extremum, d. h. die Länge b , für die die Fläche extremal (hier: maximal) wird.