



Übungsaufgaben weitere Themen (alter LP)	W
Eigenschaften von Funktionsgraphen	25

1. Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

(a) $f(x) = x^5 - 4x^4$

(b) $f(x) = -x^6 + 3x$

(c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{-2x + 1}$

(d) $f(x) = \frac{-2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

(e) $f(x) = -3 \cdot 0,1^x$ (Tipp für $x \rightarrow -\infty$: Siehe Teilaufgabe (h))

(f) $f(x) = 10^x + 0,3$

(g) $f(x) = \frac{1}{(x-3)^3} - 5$

(h) In den meisten der vorhin beschriebenen Aufgaben kann auch mit Hilfe des Taschenrechners durch Einsetzen einer sehr großen Zahl (z. B. 1 000 000) eine Vorstellung vom Grenzwert für $x \rightarrow \infty$ gewonnen werden. Betrachten Sie nun jedoch folgendes Beispiel, bei dem Vorsicht geboten ist:

$$f(x) = x^2 - 10^{-10} \cdot x^3$$

2. Untersuchen Sie auf Achsensymmetrie (A) zur y -Achse bzw. Punktsymmetrie (P) zum Nullpunkt (Ursprung) des Koordinatensystems:

(a) $f(x) = x^{11} - x^5 + 2x$

(b) $f(x) = x^6 - 9x^4$

(c) $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x(x^3 - 3x)}$

(d) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x(x^2 - 3x)}$

(e) Untersuchen Sie Teilaufgabe (b) bis (d) zusätzlich auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

Für die sin- und cos-Funktion gelten: $\sin(-x) = -\sin(x)$ und $\cos(-x) = \cos(x)$.

Welche Symmetrieeigenschaft haben demnach

(f) die sin- und cos-Funktion,

(g) die durch $f(x) = (\sin x \cdot \cos x)^3$ gegebene Funktion?

3. Berechnen Sie für $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$, Nullstelle und $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.

Begründen Sie durch Einsetzen von x -Werten wie 2,99 oder 3,01, welches Verhalten der Funktionsgraph in der Nähe der Definitionslücke zeigt.

Fertigen Sie eine Skizze des Funktionsgraphen.

Entnehmen Sie der Skizze, zu welchem Punkt $Z(a|b)$ der Graph punktsymmetrisch ist.

Verschieben Sie die Funktion um a nach links und um b nach unten und beweisen Sie für die verschobene Funktion die Punktsymmetrie zum Ursprung.