

Übungsaufgaben weitere Themen (alter LP)	W
Satz von Vieta. Quadratische Ungleichungen	05

1. Löse mit dem Satz von Vieta und faktorisierere den zugehörigen quadratischen Term:

(a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

(b) $-2x^2 - 24x = 70$

2. Gesucht ist eine quadratische Gleichung mit den Lösungen $x_{1/2} = -3 \pm 1$.

Hierzu könnte man die Lösungsformel studieren:

$x^2 + bx + c = 0$ hat die Lösungen $x_{1/2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - c}$; es muss also $-\frac{b}{2} = -3$, d. h. $b = 6$ sein; ferner $(\frac{b}{2})^2 - c = 1$, d. h. $c = (\frac{b}{2})^2 - 1 = 9 - 1 = 8$. Somit $x^2 + 6x + 8 = 0$.

Wesentlich bequemer ist jedoch ein faktorisiertes Ansatz. Finde auf diese Art obige Gleichung.

3. Warum kann man bei der quadratischen Gleichung $x^2 - 16x + 64 = 0$ die Lösungen sofort sehen?

4. Faktorisierere, gib den Definitionsbereich an und kürze anschließend:

(a) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 3}$

(b) $\frac{10x^2 - 70}{\sqrt{7}x^2 + 5x - 2\sqrt{7}}$

5. Löse folgende Ungleichungen:

(a) $-3x^2 - 4x + 5 \geq 0$

(b) $x^2 - 3x + 10 \leq 0$

(c) $2x^2 + 98 > 28x$

6. Betrachte folgende Lösung der Bruchungleichung $\frac{x+3}{x-1} \geq 5$ und beantworte die nachfolgenden Fragen.

(1) $\frac{x+3}{x-1} \geq 5; \quad | \cdot (x-1)^2$

$$(x+3)(x-1) \geq 5(x-1)^2;$$

$$x^2 - x + 3x - 3 \geq 5x^2 - 10x + 5;$$

$$-4x^2 + 12x - 8 \geq 0; \quad | : (-4) \quad (!)$$

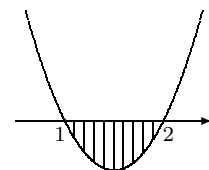
(2) $x^2 - 3x + 2 \leq 0.$

Die zugehörige quadratische Gleichung hat die Lösungen

$x_{1/2} = 1,5 \pm \sqrt{2,25 - 2}$, also $x_1 = 1, x_2 = 2$.

In (2) hat man eine nach oben geöffnete Parabel, bei der man sich für den Bereich „unten“ interessiert.

Also $L =]1; 2]$.



(a) Welchen Vorteil hat es hier, in Zeile (1) mit dem Quadrat des Nenners zu multiplizieren?

(b) Wie erklären sich die eckigen Klammern der Lösungsmenge?