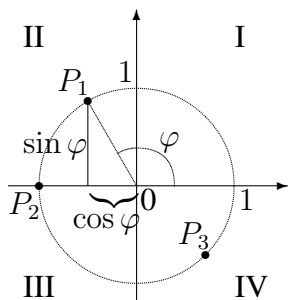


sin, cos, tan am rechtwinkligen Dreieck → grund99.pdf

**Sinus, Kosinus am Einheitskreis** (= Kreis mit Radius  $r = 1$ )



Beispiele (zum Winkel im Bogenmaß → grund103.pdf):

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin 120^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3} \text{ (Punkt } P_1 \text{ in der Abbildung)}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \pi = \sin 180^\circ = 0 \text{ (Punkt } P_2 \text{ in der Abbildung)}$$

$$\cos \pi = \cos 180^\circ = -1$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin(-45^\circ) = \sin(315^\circ) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \text{ (Punkt } P_3)$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos(-45^\circ) = \cos(315^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

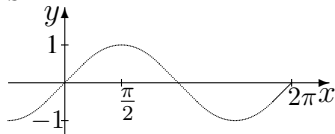
Ferner ergeben sich die Vorzeichen in den einzelnen Quadranten I–IV :

$\varphi$	$0^\circ = 0$	I	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	II	$180^\circ = \pi$	III	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$	IV	$360^\circ = 2\pi$
cos $\varphi$	1	+	0	-	-1	-	0	+	periodisch
sin $\varphi$	0	+	1	+	0	-	-1	-	von vorne

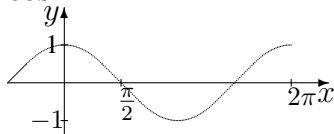
Ordnet man dem Winkel  $\varphi$  den jeweiligen Wert  $\sin \varphi$  bzw.  $\cos \varphi$  zu, so erhält man sin- bzw. cos-Funktion; dabei wird meist der Winkel im Bogenmaß verwendet und nun mit  $x$  bezeichnet.

**Graphen**

sin



cos



Merke: Der cos-Graph geht im Koordinatensystem durch den Punkt (0|1), der sin-Graph steigend durch den Punkt (0|0). sin und cos sind  $2\pi$ -periodisch.

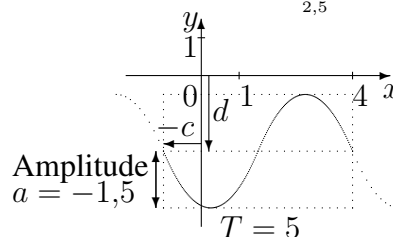
**Verschiebung, Streckung der Graphen/Einfluss von Parametern**

$$f(x) = a \sin(b(x + c)) + d$$

Beispiel:  $f(x) = -1,5 \sin\left(\frac{\pi}{2,5}(x + 1)\right) - 2$

- ↑ Verschiebung um  $d$  nach oben
- ↑ Verschiebung um  $c$  nach links
- ↑ Stauchung in  $x$ -Richtung auf  $\frac{1}{b}$  Größe, d. h. Periodenlänge  $T = \frac{2\pi}{b}$
- ↑ Streckung in  $y$ -Richtung auf  $a$ -fache Größe, d. h. Amplitude  $a$  (und Spiegelung, falls  $a < 0$ )

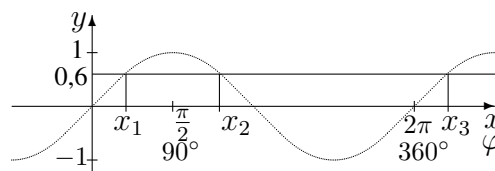
$$\text{Periode } T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2,5}} = 5$$



Eine grobe Skizze der Funktionsgraphen ist auch nützlich zum **Lösen trigonometrischer Gleichungen** in Hinblick darauf, dass es mehr als die vom Taschenrechner (TR) angezeigten Lösungen gibt. Beispiel:  $5 \sin x - 3 = 0$ .

Nach Umformen folgt:  $5 \sin x = 3$ , also  $\sin x = 0,6$ .

Nach Drücken von SHIFT-sin zeigt der TR im Bogenmaß  $x_1 \approx 0,64$  als erste Lösung (TR auf RAD → grund101.pdf) bzw. im Gradmaß  $\varphi_1 \approx 37^\circ$  (TR auf DEG).



Aus der Zeichnung sieht man weitere Lösungen, nämlich  $x_2 = \pi - x_1 \approx 2,50$ , und alles  $2\pi$ -periodisch, also  $x_3 = x_1 + 2\pi \approx 6,93$ ,  $x_1 + 4\pi$ ,  $x_1 + 6\pi, \dots$ , allgemein  $x_1 + 2k\pi \approx 0,64 + 2k\pi$  mit ganzer Zahl  $k \in \mathbb{Z}$ , und  $x_2 + 2k\pi \approx 2,50 + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . Im Gradmaß ergibt sich entsprechend  $\varphi_1 + k \cdot 360^\circ \approx 37^\circ + k \cdot 360^\circ$  und  $\varphi_2 + k \cdot 360^\circ \approx 143^\circ + k \cdot 360^\circ$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .