



11. Klasse Übungsaufgaben	11
Funktionseigenschaften	01

1. Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

(a) $f(x) = x^5 - 4x^4$

(b) $f(x) = -x^6 + 3x$

(c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{-2x + 1}$

(d) $f(x) = \frac{-2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

(e) $f(x) = -3 \cdot 0,1^x$ (Tipp für $x \rightarrow -\infty$: Siehe Teilaufgabe (h))

(f) $f(x) = 10^x + 0,3$

(g) $f(x) = \frac{1}{(x-3)^3} - 5$

(h) In den meisten der vorhin beschriebenen Aufgaben kann auch mit Hilfe des Taschenrechners durch Einsetzen einer sehr großen Zahl (z. B. 1 000 000) eine Vorstellung vom Grenzwert für $x \rightarrow \infty$ gewonnen werden. Betrachten Sie nun jedoch folgendes Beispiel, bei dem Vorsicht geboten ist:

$$f(x) = x^2 - 10^{-10} \cdot x^3$$

2. Untersuchen Sie auf Achsensymmetrie (A) zur y -Achse bzw. Punktsymmetrie (P) zum Nullpunkt (Ursprung) des Koordinatensystems:

(a) $f(x) = x^{11} - x^5 + 2x$

(b) $f(x) = x^6 - 9x^4$

(c) $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x(x^3 - 3x)}$

(d) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x(x^2 - 3x)}$

Für die sin- und cos-Funktion gelten: $\sin(-x) = -\sin(x)$ und $\cos(-x) = \cos(x)$. Welche Symmetrieeigenschaft haben demnach

(e) die sin- und cos-Funktion,

(f) die durch $f(x) = (\sin x \cdot \cos x)^3$ gegebene Funktion?

3. Berechnen Sie für $f(x) = \frac{2x+4}{x-3}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$, die Nullstelle und $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.

Begründen Sie durch Einsetzen von x -Werten wie 2,99 oder 3,01, welches Verhalten der Funktionsgraph in der Nähe der Definitionslücke zeigt.

Fertigen Sie eine Skizze des Funktionsgraphen.

Berechnen Sie, ab welcher Stelle x_0 sich der Graph der waagrechten Asymptote $y = a$ um weniger als 0,1 nähert, so dass also $|f(x) - a| < 0,1$ für $x > x_0$.

4. Untersuchen Sie auf Stetigkeit:

(a) $f(x) = |2x + 10| = \begin{cases} -2x - 10 & \text{falls } x < -5 \\ 2x + 10 & \text{falls } x \geq -5 \end{cases}$

(b) (Preis pro Einheit 0,19 bis 1000 Einheiten, darüber 0,15 plus Grundgebühr g):

$$f(x) = \begin{cases} 0,19x & \text{falls } x \leq 1000 \\ g + 0,15x & \text{falls } x > 1000 \end{cases}$$

(Ergebnis je nach Wert des Parameters g !)